

WYPEŁNIA ZDAJĄCY**KOD**

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to

E-100.Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **11 maja 2022 r.**GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**CZAS PRACY: **180 minut**LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50****WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- dostosowania zasad oceniania
- dostosowania w zw. z dyskalkulią.

EMAP-R0-**100**-2205**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–15).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
6. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_3 \sqrt{27} - \log_{27} \sqrt{3}$ jest równa

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{11}{12}$ D. 3

Zadanie 2. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^3-8}{x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$.

Wartość pochodnej tej funkcji dla argumentu $x = \frac{1}{2}$ jest równa

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{54}{8}$

Zadanie 3. (0–1)

Jeżeli $\cos \beta = -\frac{1}{3}$ i $\beta \in \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$, to wartość wyrażenia $\sin\left(\beta - \frac{1}{3}\pi\right)$ jest równa

- A. $\frac{-2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{6}+1}{6}$ C. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$

Zadanie 4. (0–1)

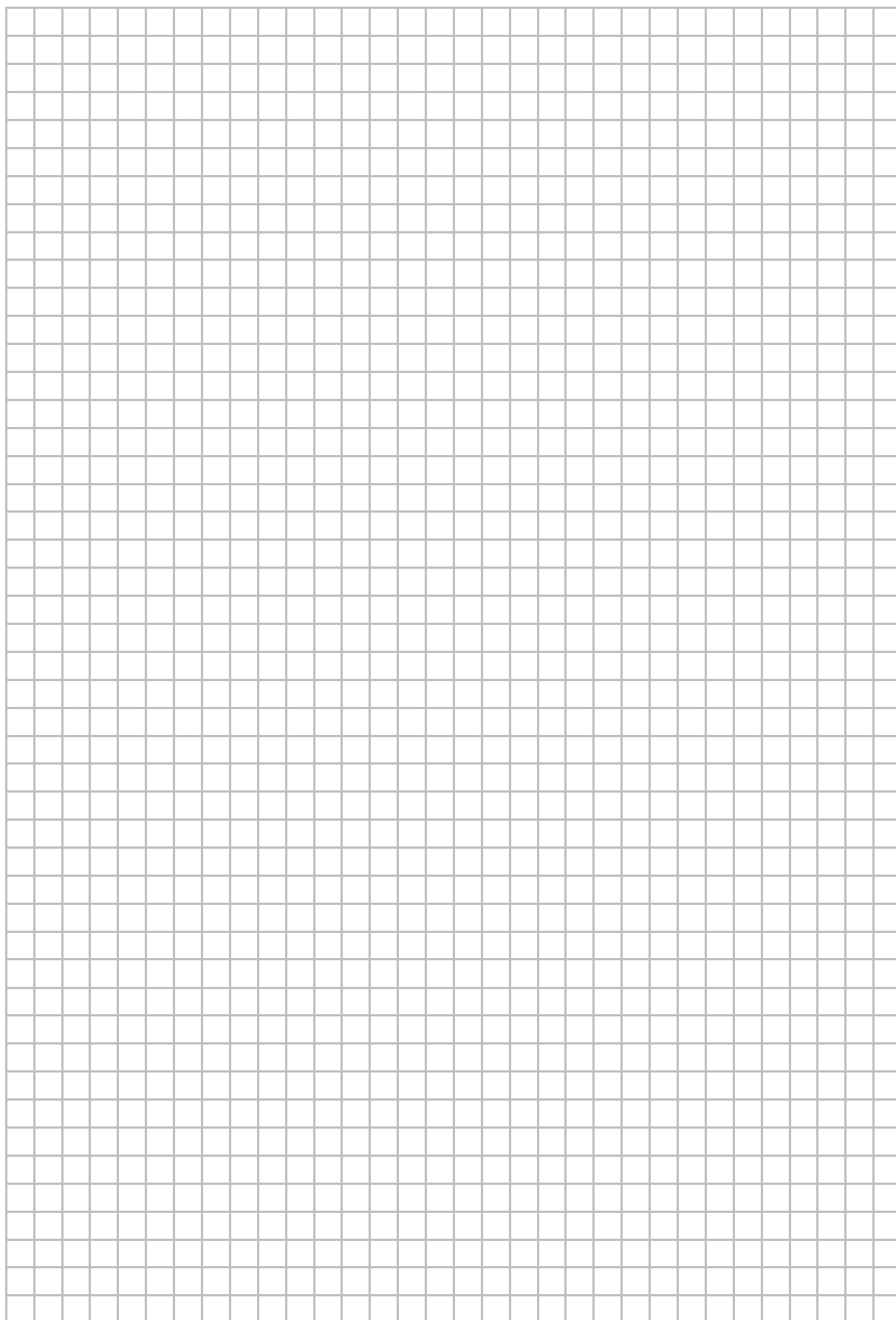
Dane są dwie urny z kulami. W każdej z urn jest siedem kul. W pierwszej urnie są jedna kula biała i sześć kul czarnych, w drugiej urnie są cztery kule białe i trzy kule czarne.

Rzucamy jeden raz symetryczną monetą. Jeżeli wypadnie reszka, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym przypadku – jedną kulę z drugiej urny.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy kulę białą w tym doświadczeniu, jest równe

- A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{9}{14}$ C. $\frac{5}{7}$ D. $\frac{6}{7}$

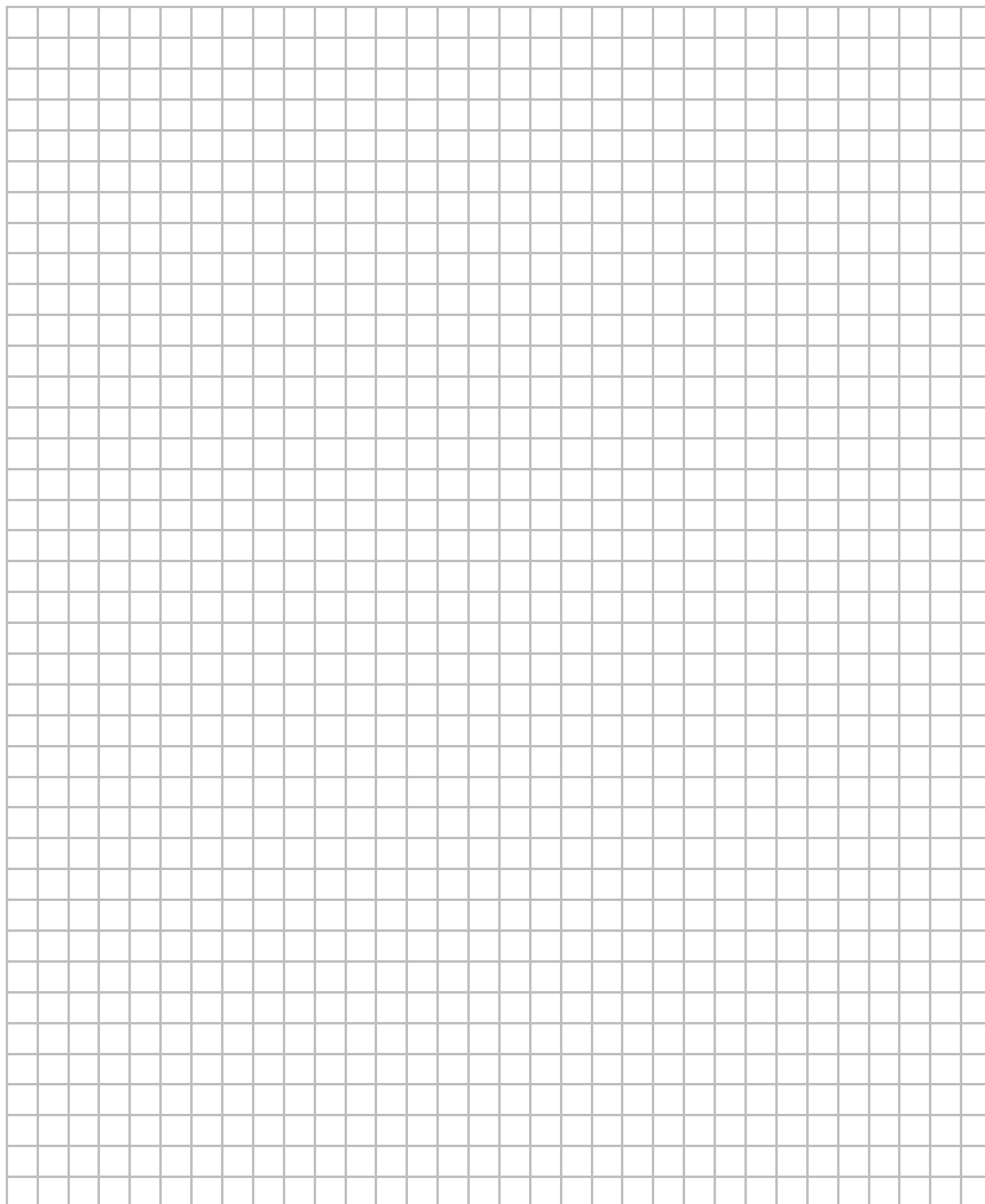
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y takich, że $2x > y$, spełniona jest nierówność

$$7x^3 + 4x^2y \geq y^3 + 2xy^2 - x^3$$

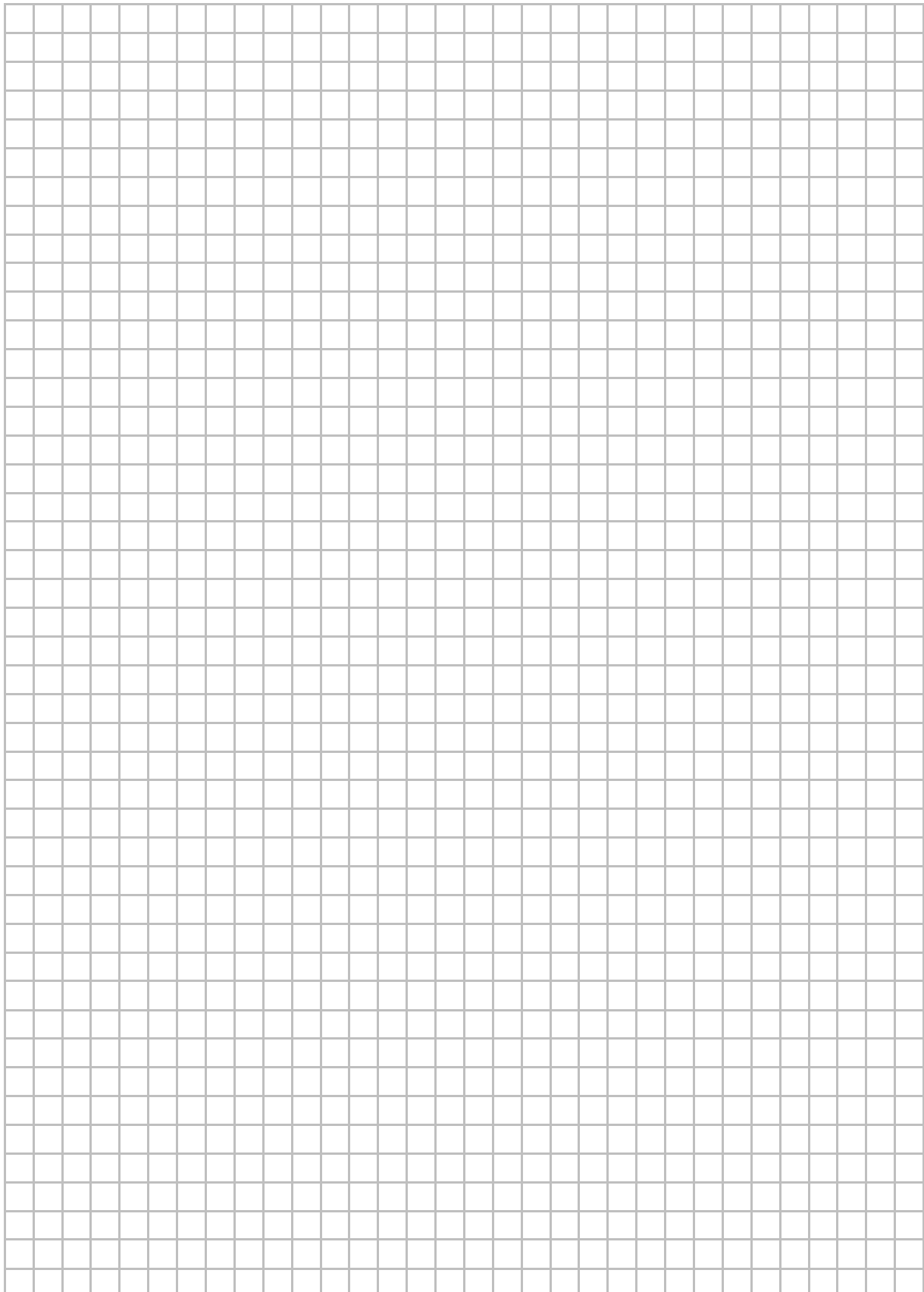


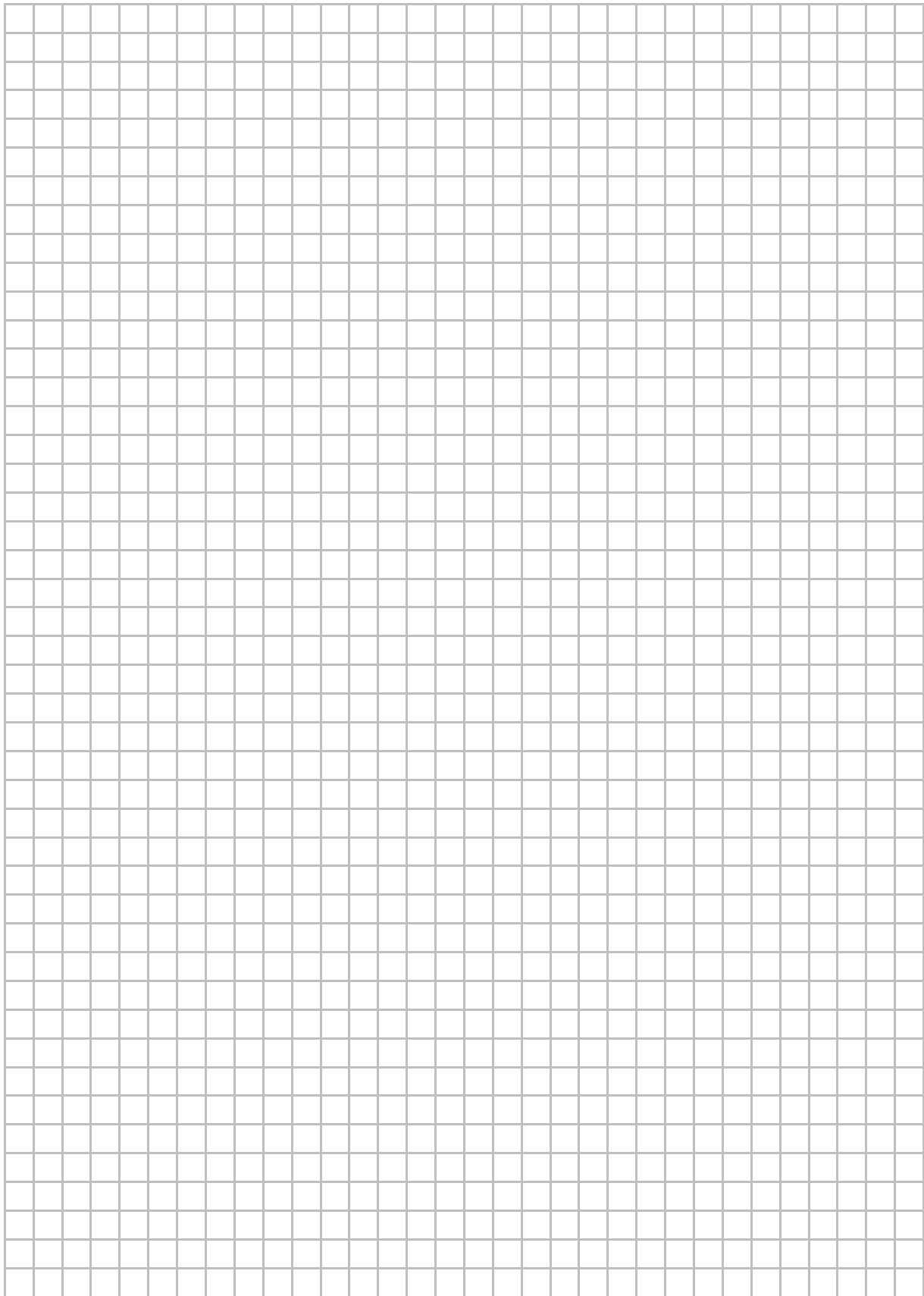
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 7. (0–3)

Rozwiąż równanie:

$$|x - 3| = 2x + 11$$



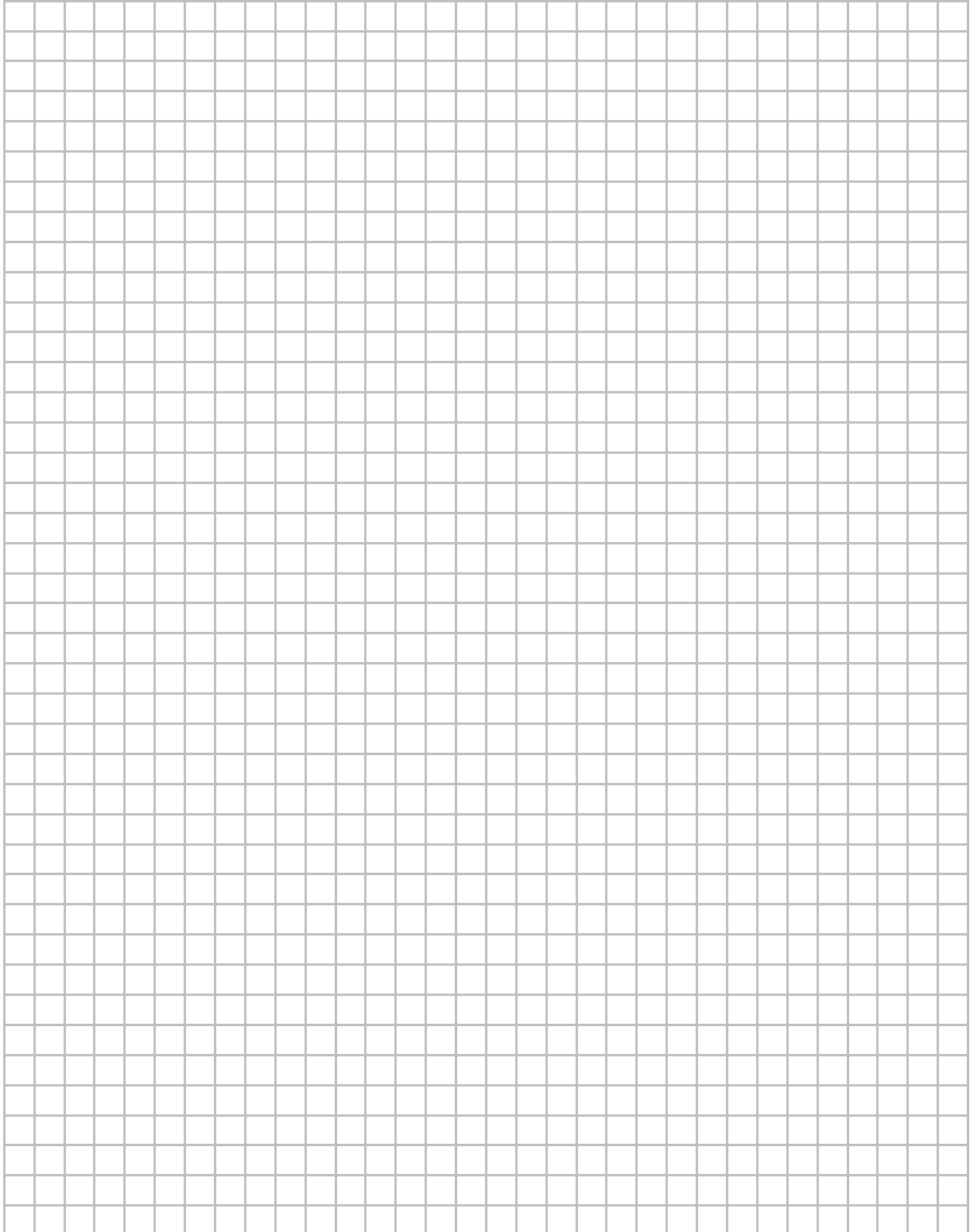


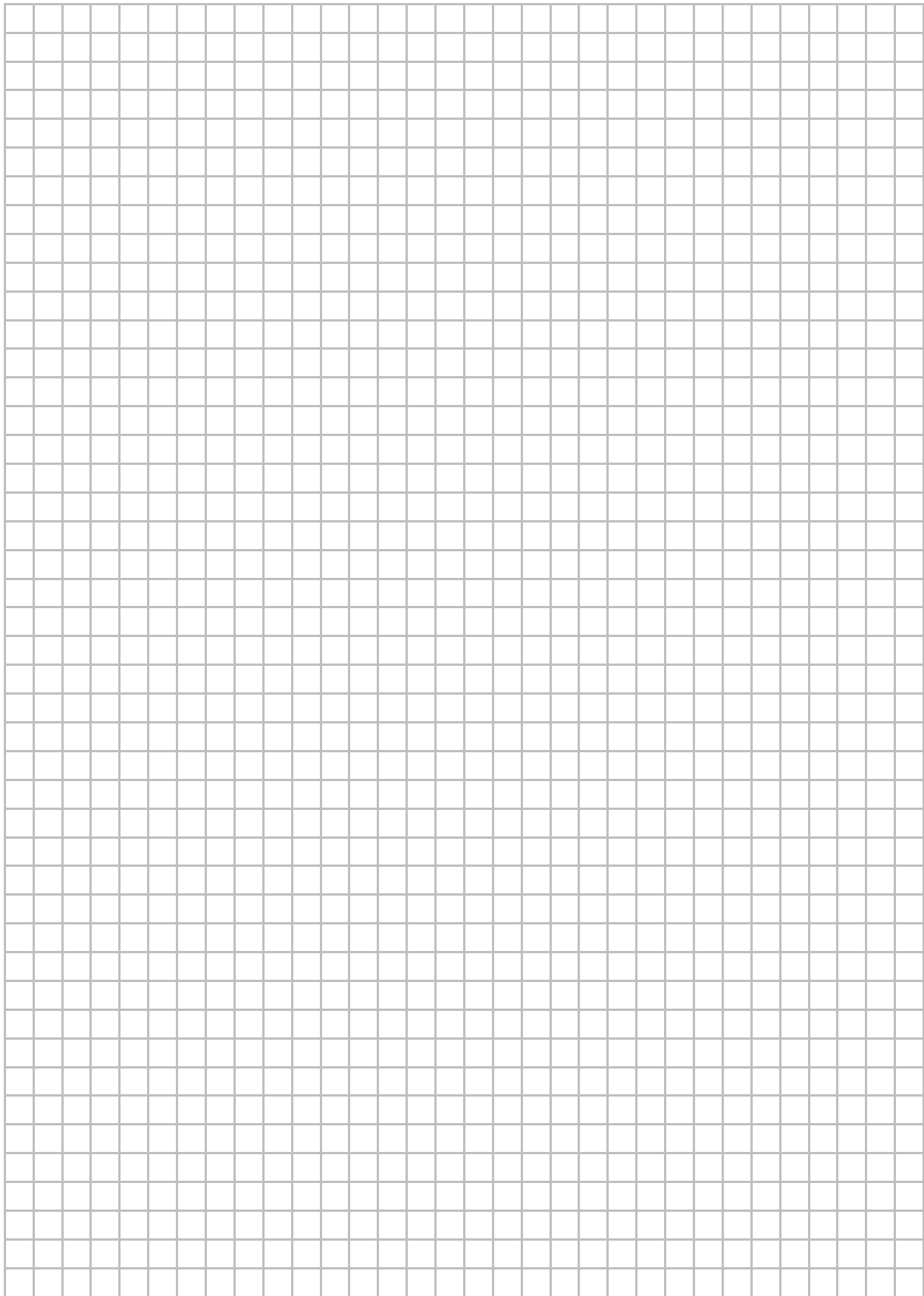
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 8. (0–3)

Punkt P jest punktem przecięcia przekątnych trapezu $ABCD$. Długość podstawy CD jest o 2 mniejsza od długości podstawy AB . Promień okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym CPD jest o 3 mniejszy od promienia okręgu opisanego na trójkącie APB .

Wykaż, że spełniony jest warunek $|DP|^2 + |CP|^2 - |CD|^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot |DP| \cdot |CP|$.



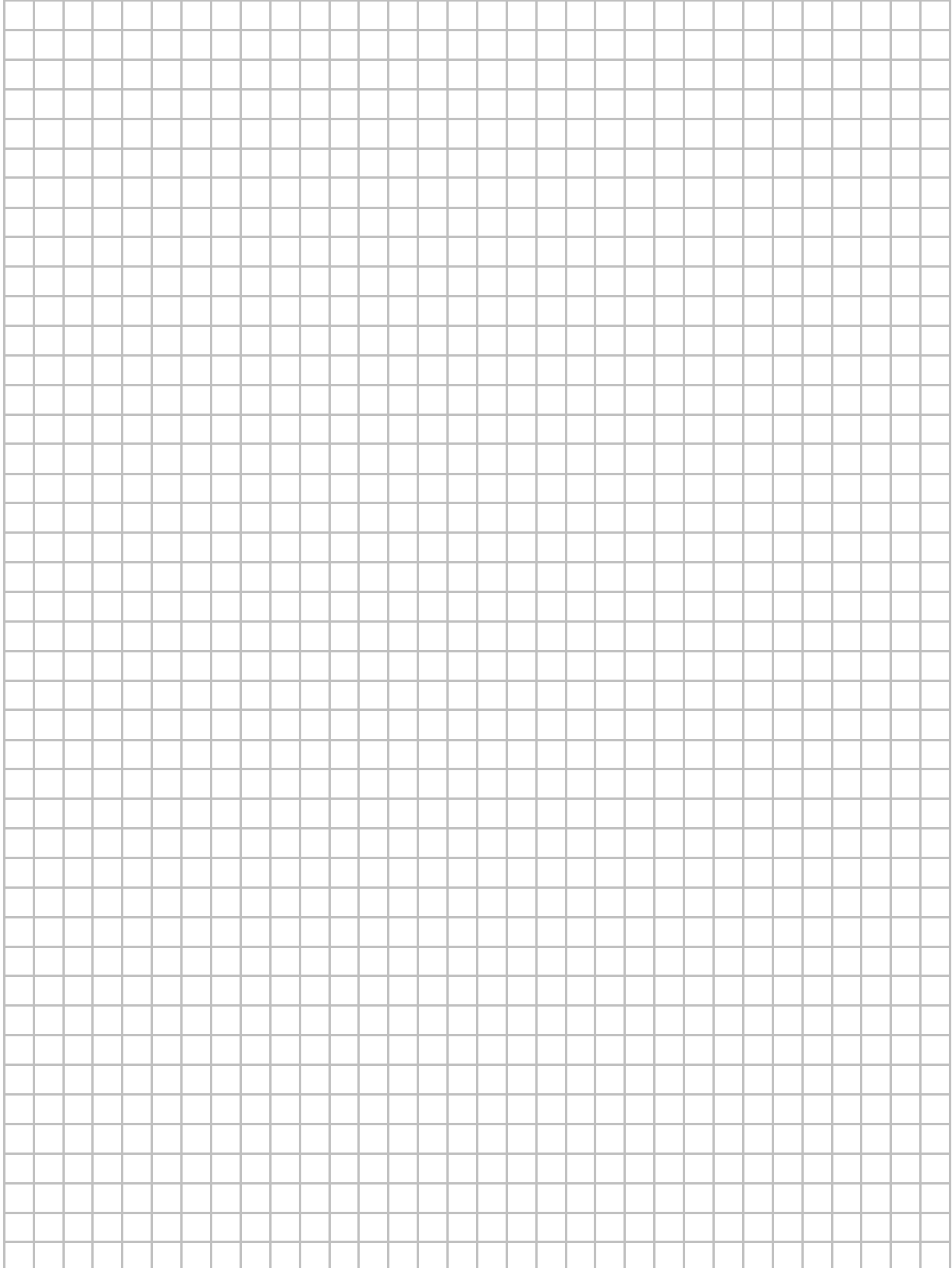


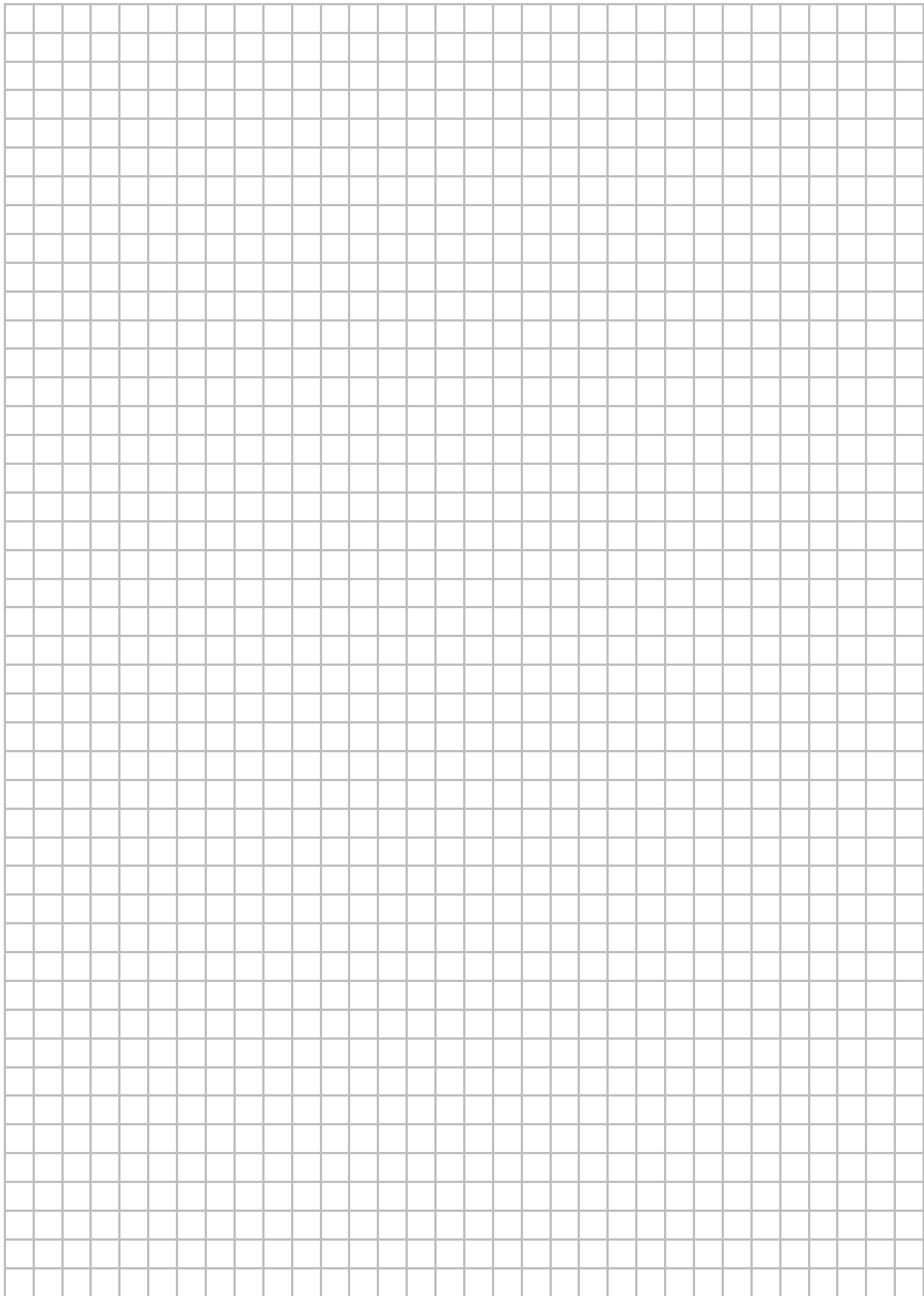
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (0–4)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 4x^3 - 6x^2 - (5m + 1)x - 2m$ przez dwumian $x + 2$ jest równa (-30) .

Oblicz m i dla wyznaczonej wartości m rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.





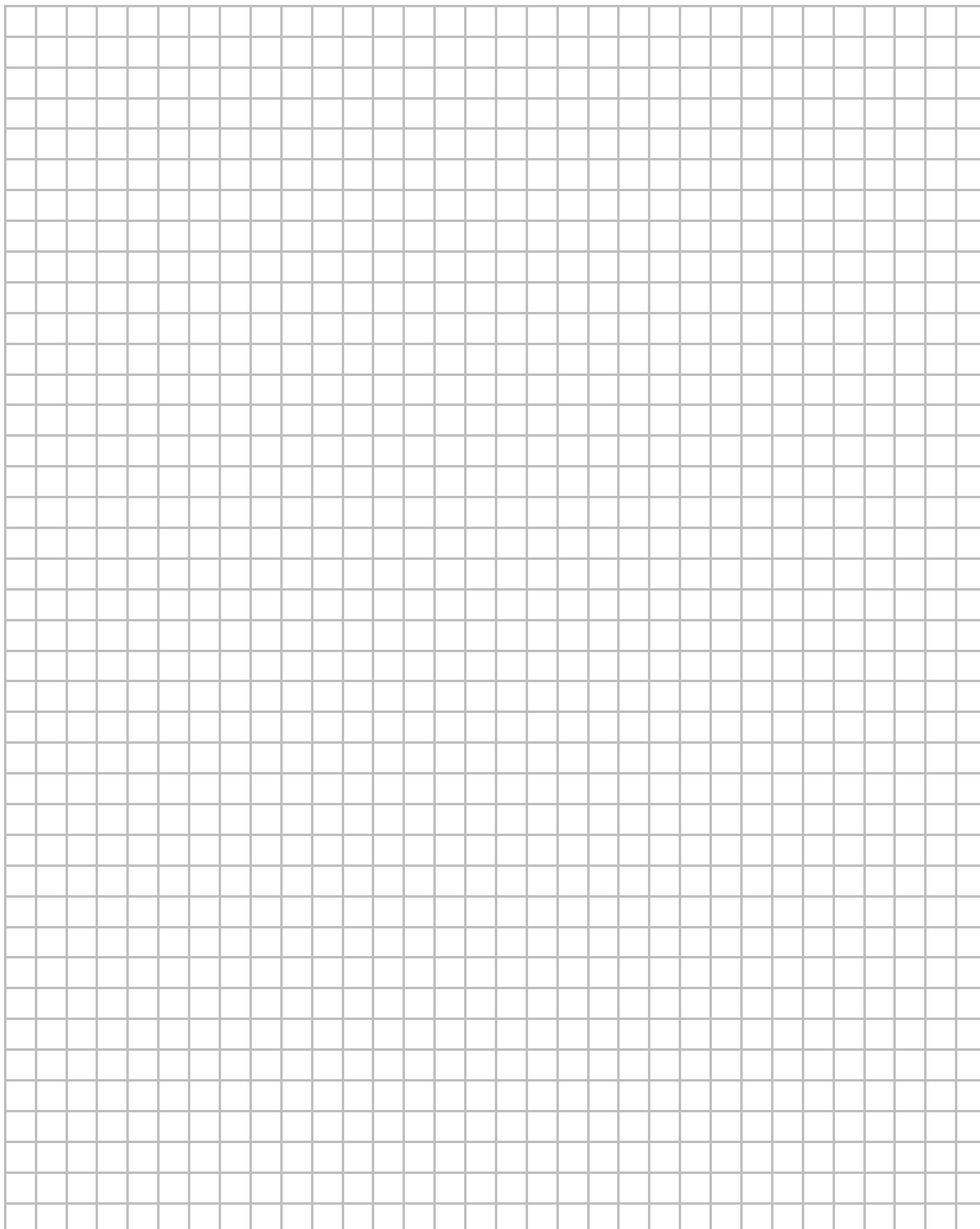
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

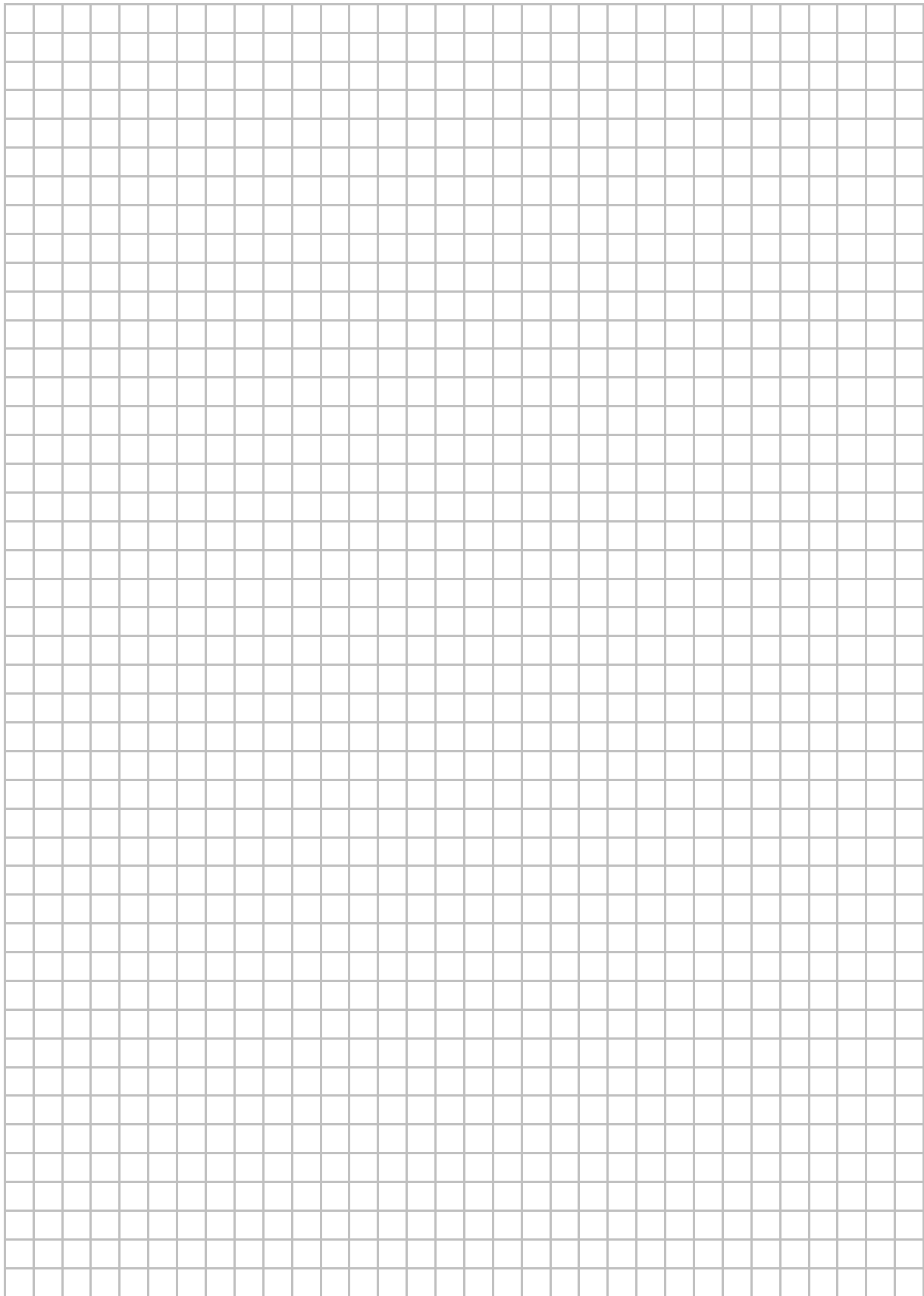
Zadanie 10. (0–4)

Ciąg (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest geometryczny i ma wszystkie wyrazy dodatnie. Ponadto $a_1 = 675$ i $a_{22} = \frac{5}{4}a_{23} + \frac{1}{5}a_{21}$.

Ciąg (b_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny.

Suma wszystkich wyrazów ciągu (a_n) jest równa sumie dwudziestu pięciu początkowych kolejnych wyrazów ciągu (b_n) . Ponadto $a_3 = b_4$. Oblicz b_1 .

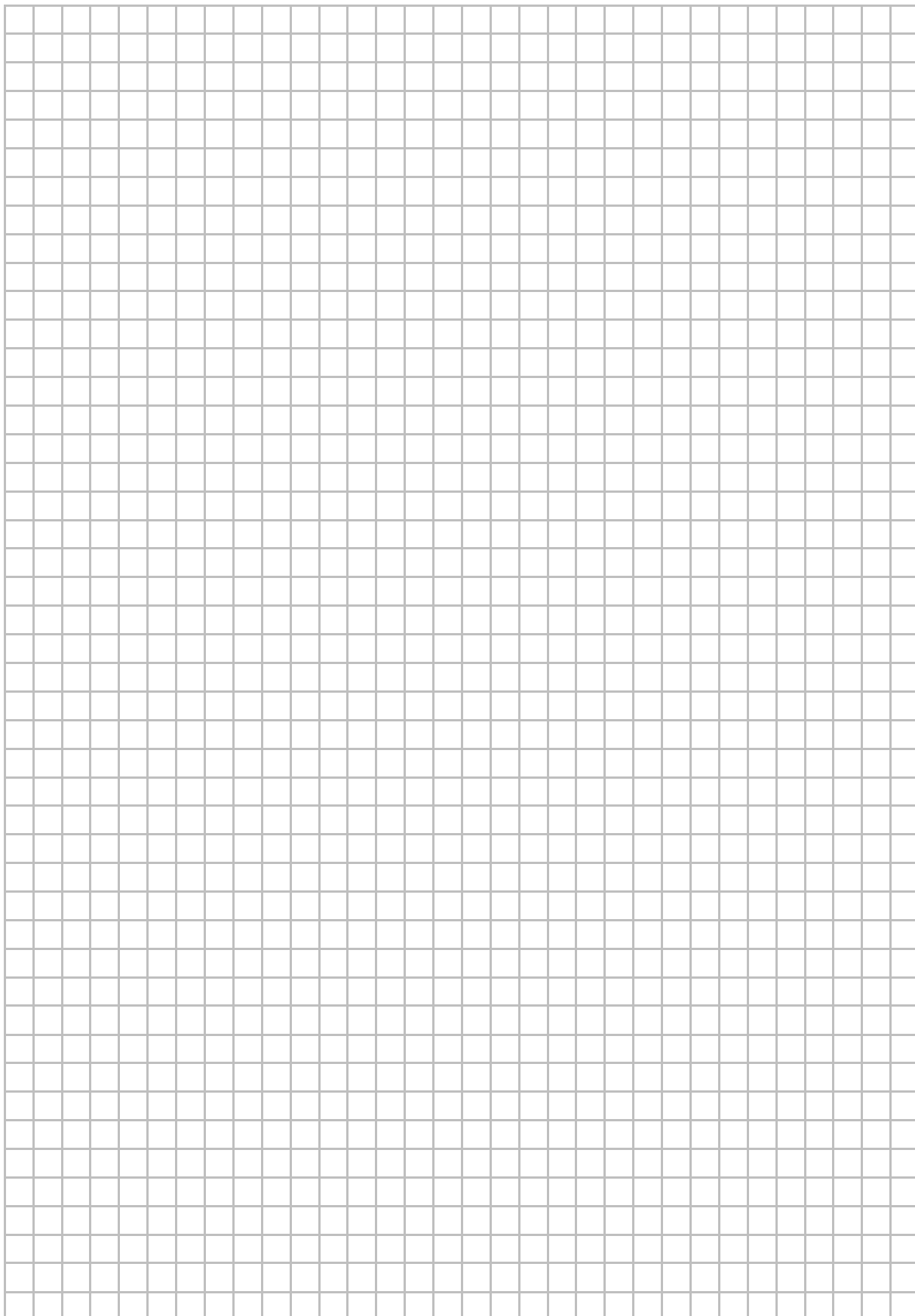


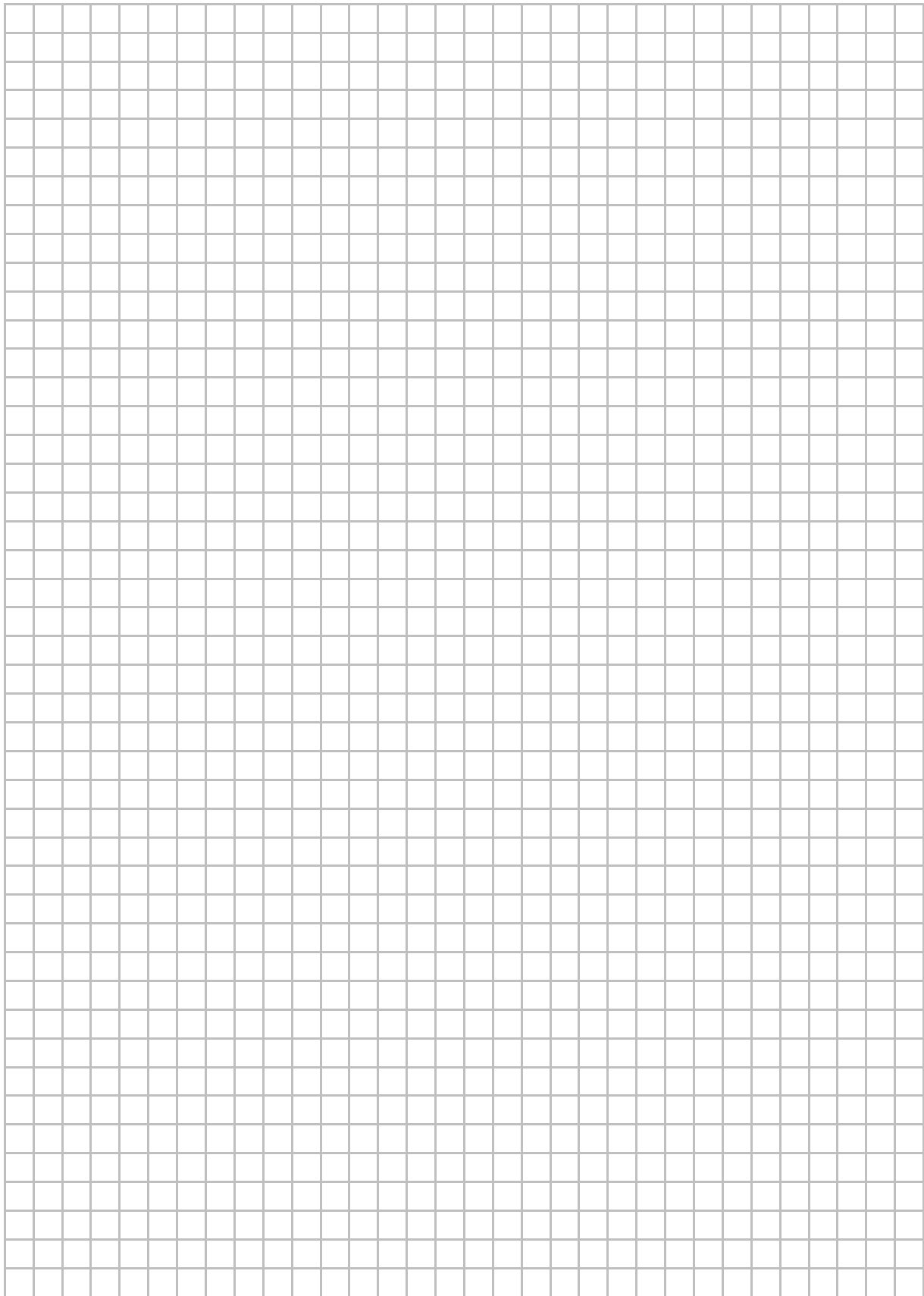


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.





Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

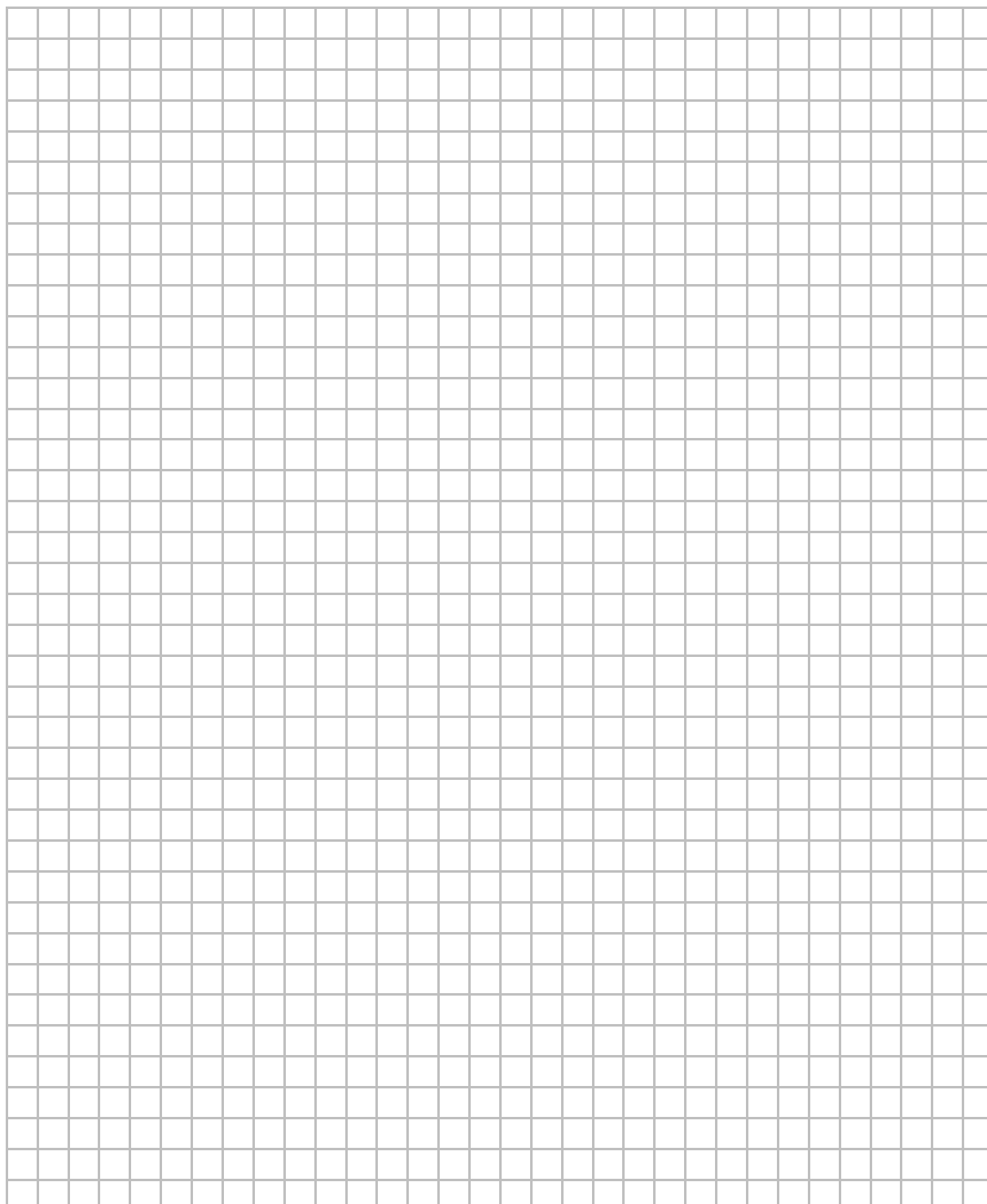
Zadanie 12. (0–5)

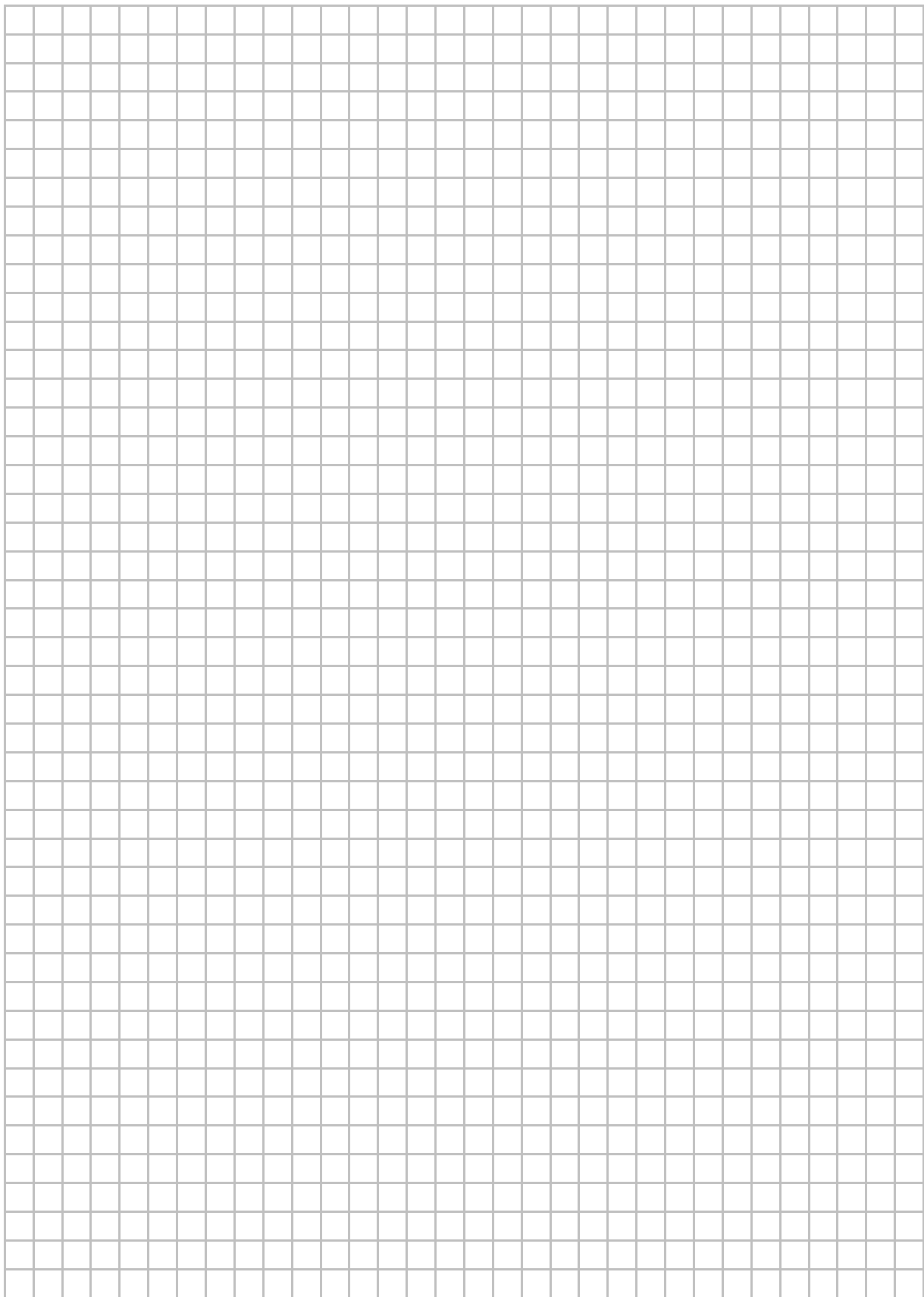
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

$$x^2 - (m + 1)x + m = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 oraz x_2 , spełniające warunki:

$$x_1 \neq 0, \quad x_2 \neq 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + 2 = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

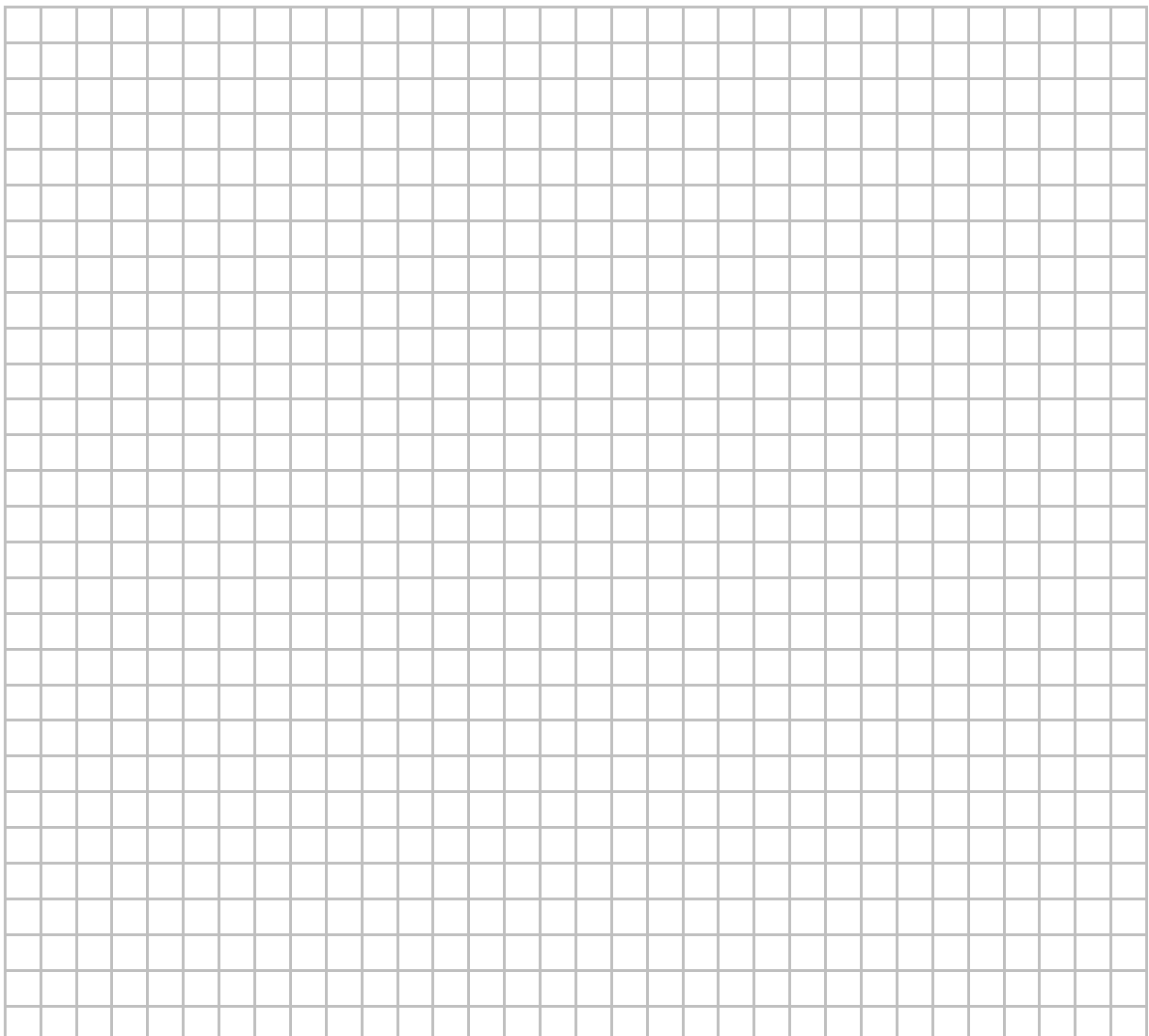
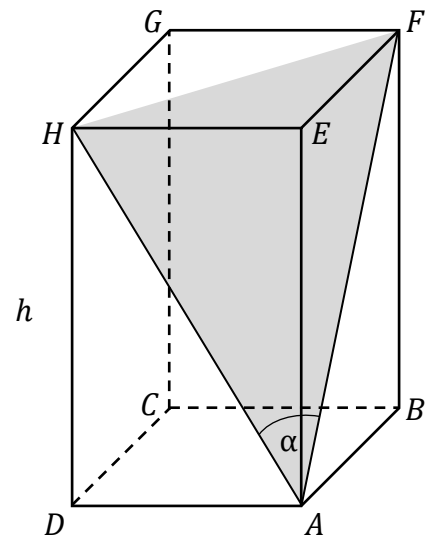


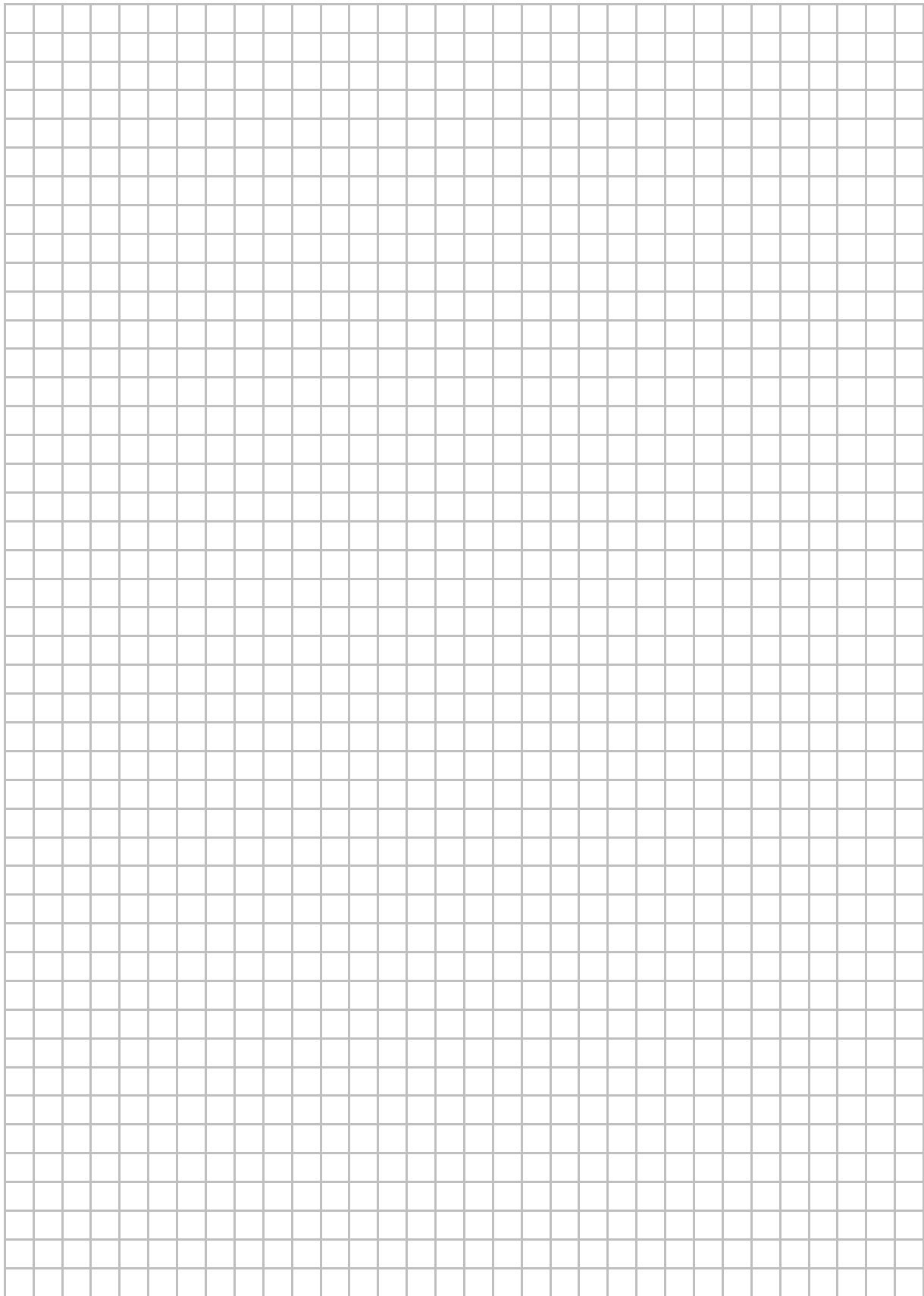


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Dany jest graniastosłup prosty $ABCDEFGH$ o podstawie prostokątnej $ABCD$. Przekątne AH i AF ścian bocznych tworzą kąt ostry o mierze α takiej, że $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ (zobacz rysunek). Pole trójkąta AFH jest równe 26,4. Oblicz wysokość h tego graniastosłupa.

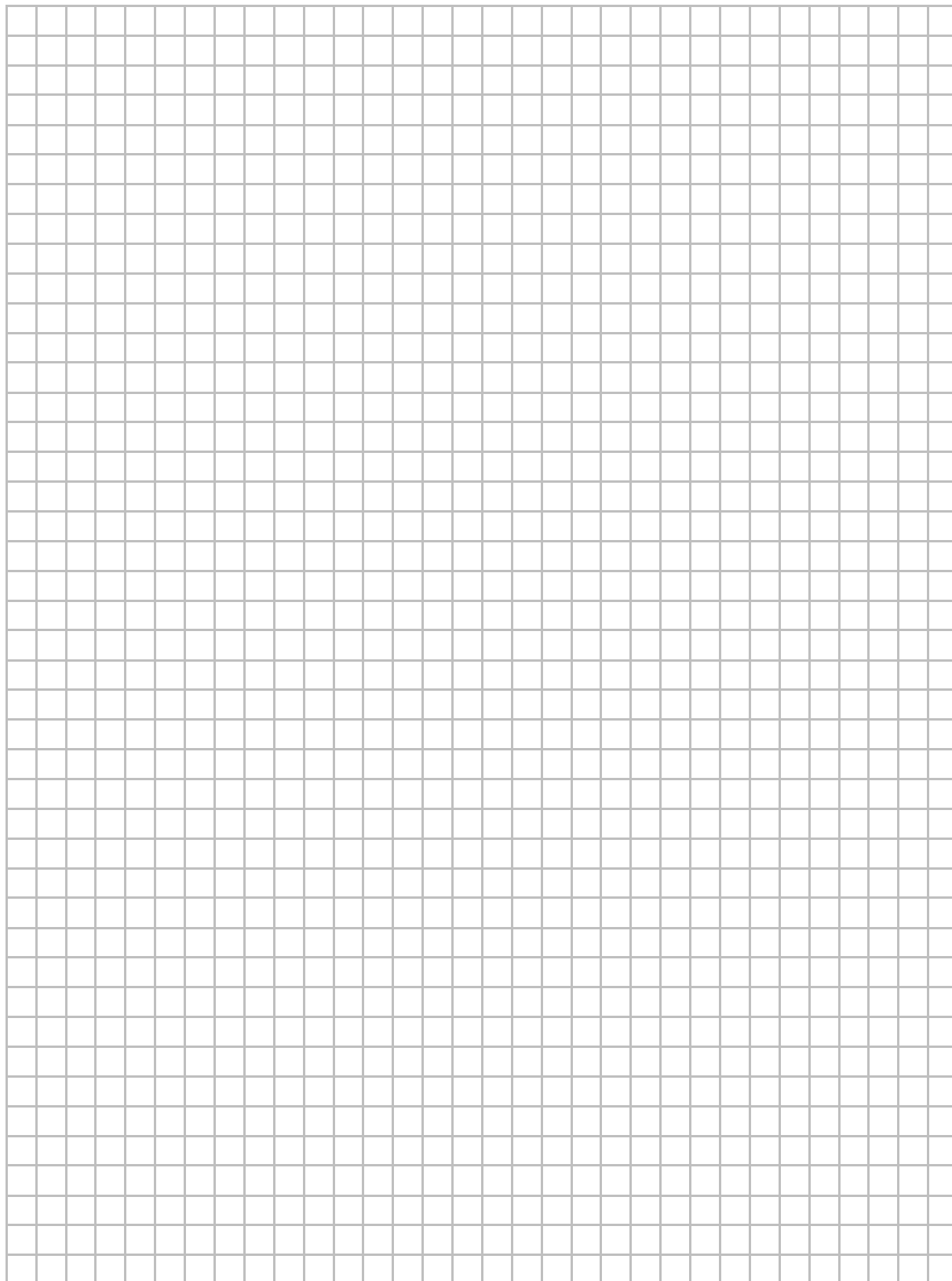


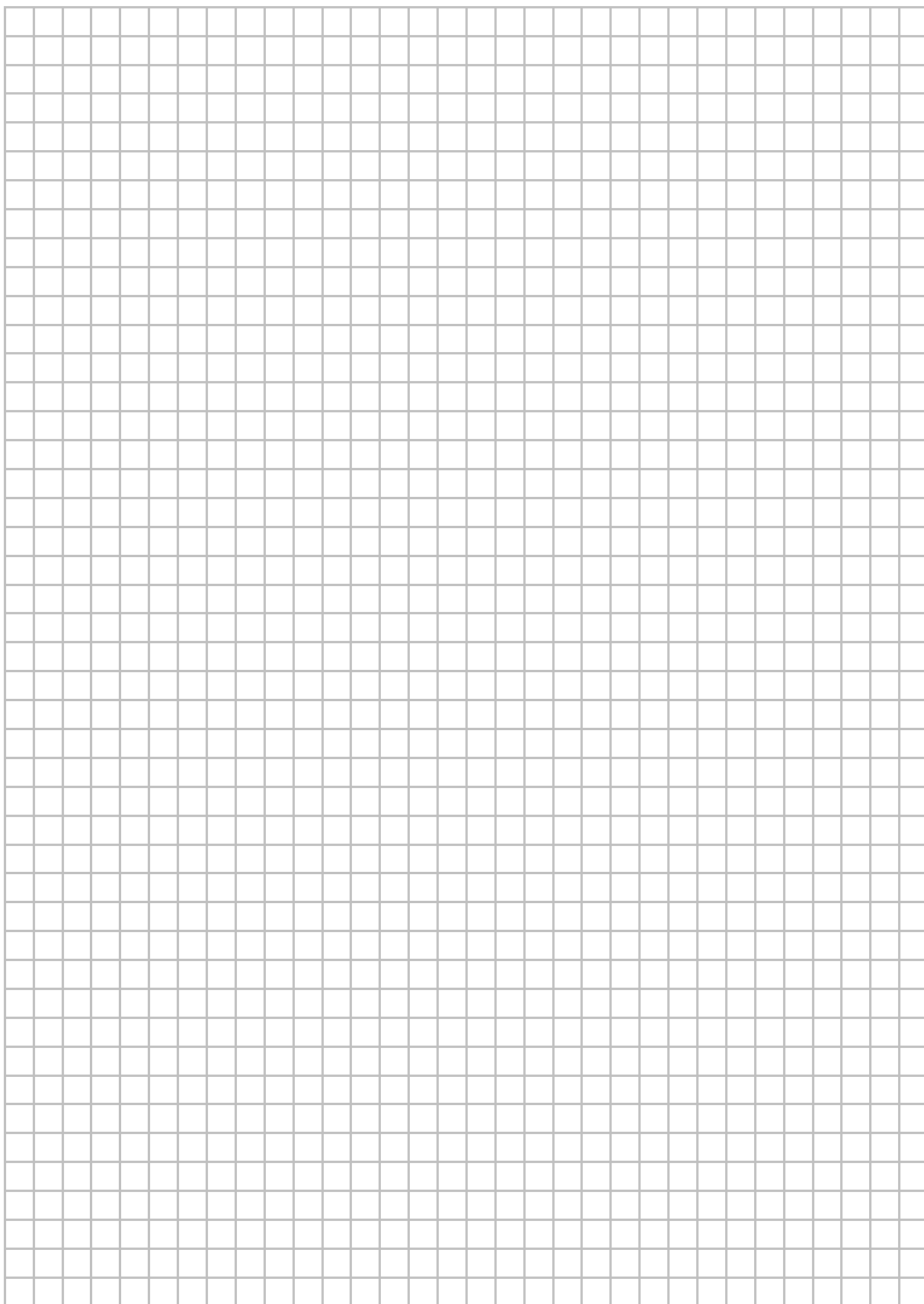


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Punkt $A = (-3, 2)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Pole tego trójkąta jest równe 15. Bok BC zawarty jest w prostej o równaniu $y = x - 1$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.



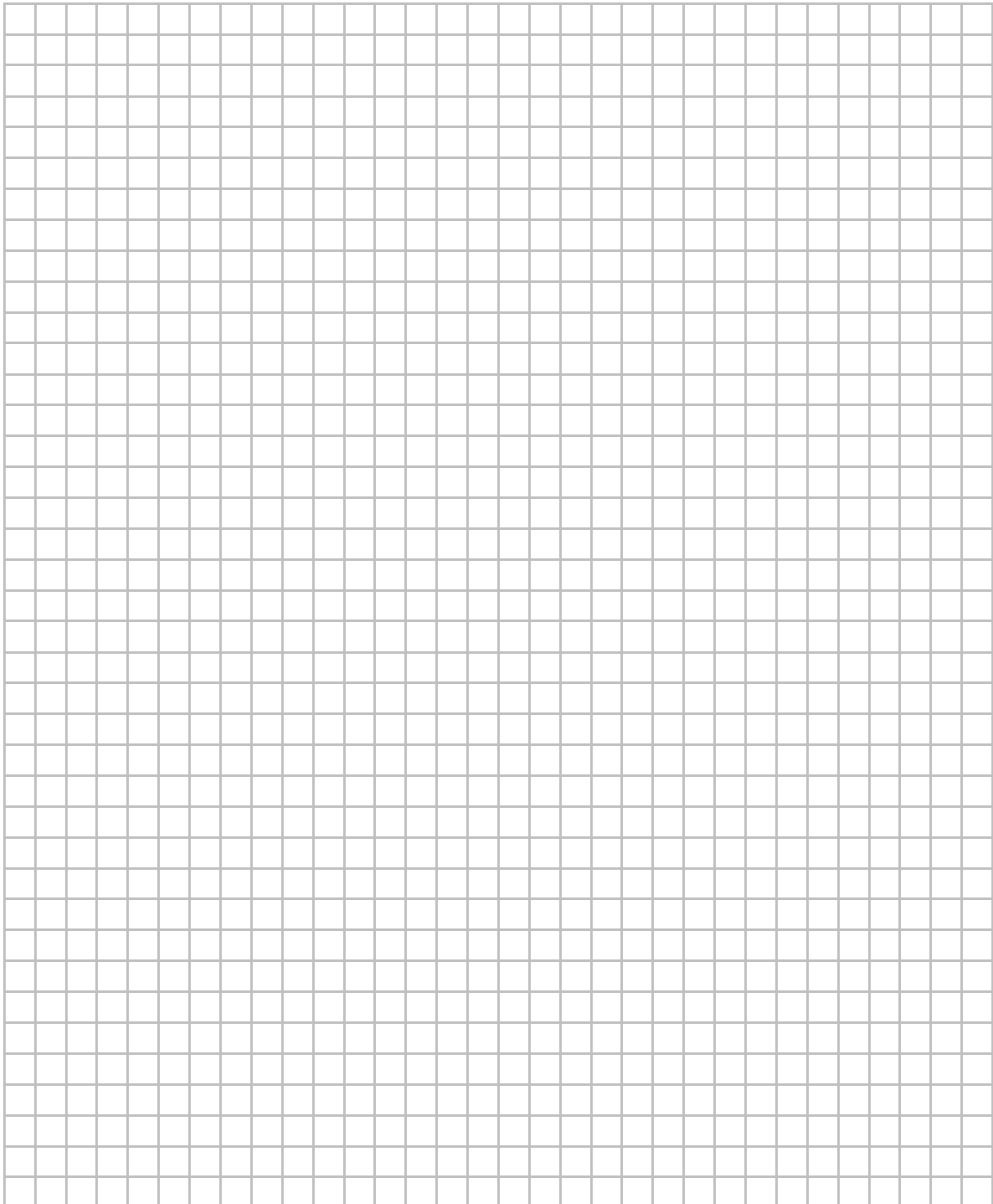


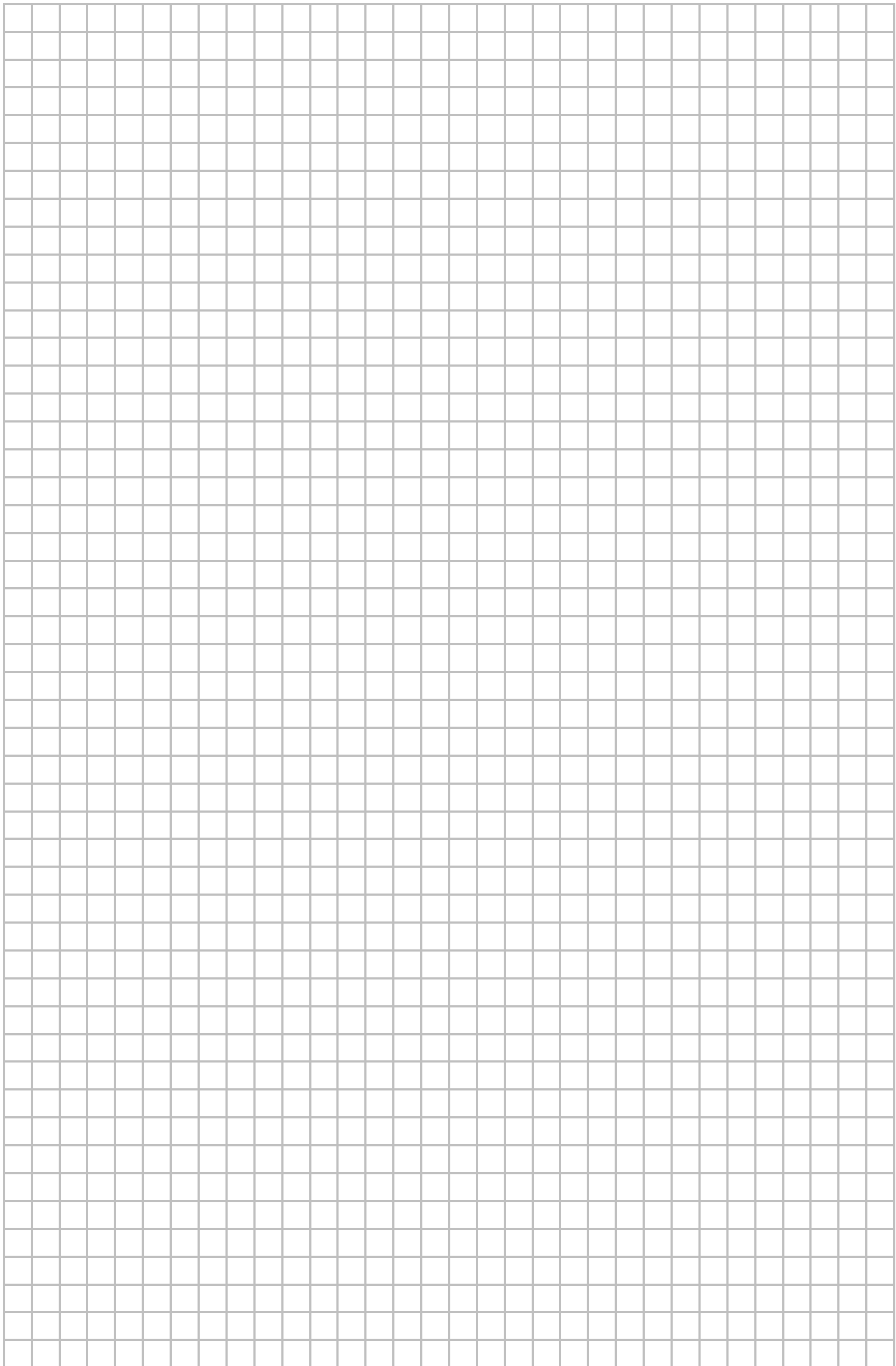
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

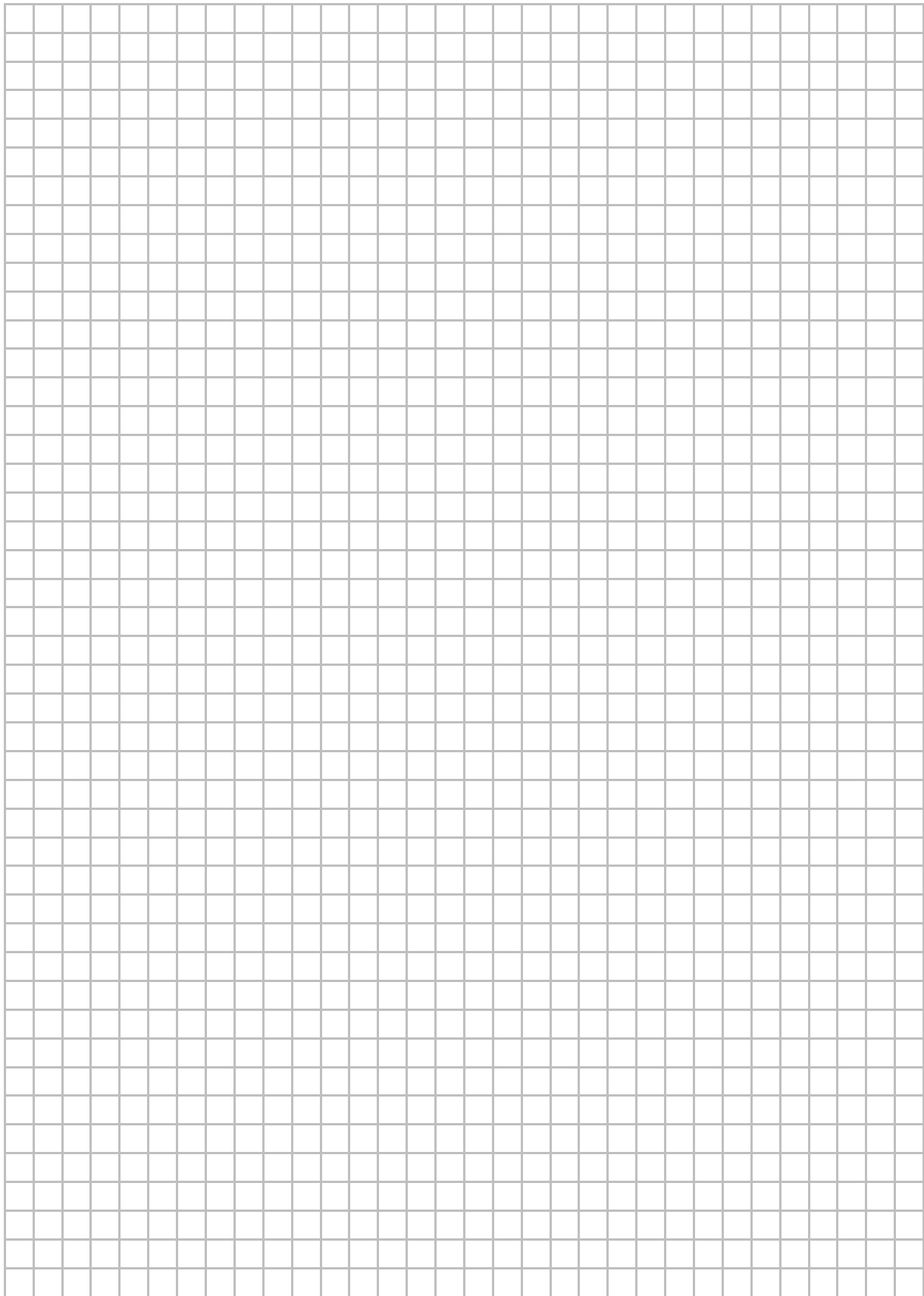
Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty równoramienne o obwodzie równym 18.

- a) Wykaż, że pole P każdego z tych trójkątów, jako funkcja długości b ramienia, wyraża się wzorem $P(b) = \frac{(18-2b) \cdot \sqrt{18b-81}}{2}$.
- b) Wyznacz dziedzinę funkcji P .
- c) Oblicz długości boków tego z rozpatrywanych trójkątów, który ma największe pole.







Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

