CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Próbny egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2602
Termin egzaminu:	13 stycznia 2026 r.
Data publikacji dokumentu:	14 stycznia 2026 r.

Zadanie 1. (0–1)

Podstawa programowa[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY VII i VIII** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą […] diagramów słupkowych […]. **KLASY IV–VI** IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje cześć danej całości za pomocą ułamka.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 8) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych; 9) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań. **KLASY VII i VIII** I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) […] dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne […]. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	**KLASY VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych. IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY VII i VIII** X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) dla danych punktów kratowych A i B znajduje inne punkty kratowe należące do prostej AB.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BC

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 8) oblicza […] długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość. XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: […] prostokąta […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	**KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości […] graniastosłupów prostych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AC

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	**KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza […] pola powierzchni graniastosłupów prostych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 15–20 uczeń podaje <u>tylko</u> poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.℃ – 0C)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. x^2 – x_2, m_2 – m^2).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 15. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** II. Pierwiastki. Uczeń: 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości […]; 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób wyznaczenia dwóch kolejnych liczb naturalnych, między którymi znajduje się wartość podanego wyrażenia arytmetycznego, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(4$ oraz $5)$.

1 punkt
poprawny sposób obliczenia liczby a.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób
Obliczymy wartość liczby a.

$$a = \frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}} = 2\sqrt{5} = \sqrt{20}$$

Szukamy dwóch kolejnych liczb naturalnych, takich że jedna jest mniejsza od $\sqrt{20}$, a druga jest większa od $\sqrt{20}$.

$$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

Odpowiedź: Liczba a znajduje się na osi liczbowej między liczbami 4 oraz 5.

II sposób

Obliczymy wartość liczby a.

$$a = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3 \cdot 10}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{5}$$

Szacujemy wartość liczby $\sqrt{5}$.

$$(2{,}2)^2 = 4{,}84$$

$$(2{,}3)^2 = 5{,}29$$

stąd $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$

Wnioskujemy, że:

$$4{,}4 < 2\sqrt{5} < 4{,}6$$

Zatem szukane dwie kolejne liczby naturalne to 4 i 5.

Odpowiedź: Liczba a znajduje się na osi liczbowej między liczbami 4 oraz 5.

Zadanie 16. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	**KLASY IV–VI** XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby osób w drużynie harcerskiej, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (28 osób)
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb zespołów 4-osobowych z uwzględnieniem liczby zespołów równej 7, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (28 osób).

2 punkty

- zapisanie poprawnego równania prowadzącego do obliczenia liczby zespołów 4-osobowych lub 5-osobowych, np.
  $4x = 5 \cdot (x - 2) + 3$ lub $4(x + 2) = 5 \cdot x + 3$ (lub zapisy równoważne)
  LUB
- zapisanie poprawnego równania prowadzącego do obliczenia liczby harcerzy w drużynie, np.

$\frac{x}{4} = \frac{x-3}{5} + 2$ (lub zapisy równoważne),

LUB

- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb zespołów 4-osobowych **z uwzględnieniem** liczby zespołów równej 7.

1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych jednej zmiennej opisujących liczbę osób w zespołach 4-osobowych oraz liczbę osób w zespołach 5-osobowych, np.

  $4x$ ***oraz*** $5(x-2)+3$ (lub zapisy równoważne)

  LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych jednej zmiennej opisujących liczbę zespołów 4-osobowych i 5-osobowych, np.

  $\frac{x}{4}$ ***oraz*** $\frac{x-3}{5}$ (lub zapisy równoważne),

  LUB

- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb zespołów 4-osobowych **bez uwzględnienia** liczby zespołów równej 7.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla 7 zespołów 4-osobowych lub 28 osób w drużynie i nie popełni błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Gdy drużyna dzieli się na zespoły po 4 osoby, to powstaje x zespołów.
Liczbę osób w drużynie zapiszemy więc jako $4x$.
Gdyby drużyna liczyła o 3 osoby mniej czyli $(4x-3)$, to można ją dzielić na $(x-2)$ zespołów po 5 osób.
Zapiszemy równanie uwzględniające powyższe warunki:

$$4x - 3 = 5(x-2)$$

$$4x = 5 \cdot (x-2) + 3$$

$$4x = 5x - 10 + 3$$

$$7 = 5x - 4x$$

$$x = 7$$

Skoro jest 7 zespołów po 4 osoby, to w drużynie jest $7 \cdot 4 = 28$ osób.
Odpowiedź: W tej drużynie harcerskiej jest 28 osób.

II sposób

Oznaczymy przez x liczbę osób w drużynie.

Liczba zespołów 4-osobowych jest równa $\frac{x}{4}$, a liczba zespołów 5-osobowych jest równa $\frac{x-3}{5}$.

Liczba zespołów 5-osobowych jest o 2 mniejsza od liczby zespołów 4-osobowych, możemy zatem zapisać równanie:

$$\frac{x}{4} = \frac{x-3}{5} + 2$$

$$5x = 4x + 28$$

$$x = 28$$

Odpowiedź: W tej drużynie harcerskiej jest 28 osób.

III sposób

Metoda prób i błędów:

Liczba zespołów 4-osobowych	Liczba osób w zespołach 4-osobowych	Liczba zespołów 5-osobowych (o 2 mniej)	Liczba osób w zespołach 5-osobowych	Wniosek
5	$5 \cdot 4 = 20$	3	$3 \cdot 5 = 15$	$20 - 15 \neq 3$
6	$6 \cdot 4 = 24$	4	$4 \cdot 5 = 20$	$24 - 20 \neq 3$
8	$8 \cdot 4 = 32$	6	$6 \cdot 5 = 30$	$32 - 30 \neq 3$
$\mathbf{7}$	$\mathbf{7 \cdot 4 = 28}$	$\mathbf{5}$	$\mathbf{5 \cdot 5 = 25}$	$\mathbf{28 - 25 = 3}$

Odpowiedź: W tej drużynie harcerskiej jest 28 osób.

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: […] prędkość przy danej drodze i czasie […] oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. **KLASY VII i VIII** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą […] wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia prędkości, z jaką kierowca pokonał drugi odcinek drogi, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $\left(64\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)$.

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia prędkości, z jaką kierowca pokonał drugi odcinek drogi, czyli zastosowanie poprawnego związku między prędkością, drogą i czasem, np. zapisanie
  $v = \frac{200-120}{180-105}\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{min}}$ (lub zapisy równoważne)
  LUB
- poprawny sposób obliczenia długości drugiego odcinka drogi ***oraz*** poprawny sposób wyrażenia czasu przejazdu drugiego odcinka drogi jako część godziny, np. zapisanie
  $(200-120)\ \mathrm{km}$ ***oraz*** $\frac{(180-105)}{60}\ \mathrm{h}$ (lub zapisy równoważne).

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia długości drugiego odcinka drogi ***oraz*** poprawny sposób obliczenia czasu przejazdu tego odcinka drogi
  LUB
- ustalenie, np. odczytanie z wykresu długości drugiego odcinka drogi i czasu przejazdu tego odcinka drogi (80 km i 75 minut).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>**Uwaga**</u>
Błąd przy zamianie jednostek traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczymy długość drugiego odcinka drogi:

$$s = 200 - 120 = 80\ (\mathrm{km})$$

Obliczymy czas przejazdu drugiego odcinka drogi:

$$t = 180 - 105 = 75\ (\mathrm{min})$$

Obliczymy prędkość, z którą kierowca pokonał drugi odcinek drogi.
Skorzystamy ze wzoru na prędkość:

$v = \frac{s}{t}$, gdzie:

v – prędkość

$s = 80\ \mathrm{km}$ – droga

$t = 75$ minut $= 75 \cdot \frac{1}{60}\ \mathrm{h} = \frac{5}{4}\ \mathrm{h}$ – czas

$$v = \frac{80\ \mathrm{km}}{\frac{5}{4}\ \mathrm{h}} = 80 \cdot \frac{4}{5}\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 64\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Odpowiedź: Kierowca pokonał II odcinek drogi z prędkością $64\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

II sposób

Obliczymy długość drugiego odcinka drogi:

$$200 - 120 = 80\ (\mathrm{km})$$

Obliczymy czas przejazdu drugiego odcinka drogi:

$$180 - 105 = 75\ (\mathrm{min})$$

Obliczymy, ile kilometrów kierowca przejechałby w ciągu 1 godziny $(60\ \mathrm{min})$, gdyby jechał z tą samą, stałą prędkością.

$80\ \mathrm{km}\ \text{ w }\ 75\ \mathrm{min}$

$x\ \mathrm{km}\ \text{ w }\ 60\ \mathrm{min}$

$$x = \frac{80\ \mathrm{km} \cdot 60\ \mathrm{min}}{75\ \mathrm{min}}$$

$$x = 64\ \mathrm{km}$$

Odpowiedź: Kierowca pokonał II odcinek drogi z prędkością $64\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

III sposób

Długość drugiego odcinka drogi: $80\ (\mathrm{km})$
Czas przejazdu drugiego odcinka drogi: $75\ (\mathrm{min})$

$80\ \mathrm{km}\ \text{ w }\ 75\ \mathrm{min}$

$16\ \mathrm{km}\ \text{ w }\ 15\ \mathrm{min}$

$64\ \mathrm{km}\ \text{ w }\ 60\ \mathrm{min}$

$60\ \mathrm{min} = 1\ \mathrm{h}$

Odpowiedź: Kierowca pokonał II odcinek drogi z prędkością $64\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

Zadanie 18. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** X. Bryły. Uczeń: 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi. **KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza […] pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(414\ \mathrm{cm}^2)$.

1 punkt
poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy graniastosłupa.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 2 punkty

Objętość graniastosłupa: $V = 567\ \mathrm{cm}^3$.
Wysokość graniastosłupa: $H = 7\ \mathrm{cm}$.
Graniastosłup prawidłowy czworokątny ma w podstawie kwadrat.
Oznaczymy długość krawędzi podstawy (długość boku kwadratu) jako a.

Obliczymy długość krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego.
Skorzystamy ze wzoru na objętość graniastosłupa:

$$V = a^2 \cdot H$$
$$a^2 = V : H$$
$$a^2 = 567 : 7$$
$$a^2 = 81$$
$$a = 9 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa:

$$P_c = 9 \cdot 7 \cdot 4 + 81 \cdot 2 = 414 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa jest równe 414 cm^2.

Zadanie 19. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY IV–VI** IX. Wielokąty koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności […] rombu […]. **KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole […] rombu […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia wysokości rombu poprowadzonej z wierzchołka D na bok AB, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(9{,}6 \text{ cm})$.

2 punkty
poprawny sposób obliczenia pola rombu.

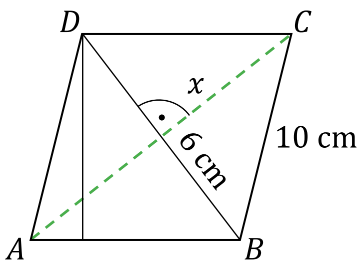
1 punkt
- poprawny sposób obliczenia połowy długości przekątnej AC
  LUB
- ustalenie, np. zapisanie na rysunku połowy długości przekątnej AC (8 cm).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Zaznaczymy na rysunku przekątną AC i oznaczymy połowę długości tej przekątnej jako x.
Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa, aby obliczyć x:



$$6^2 + x^2 = 10^2$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64}$$

$$x = 8 \text{ (cm)}$$

Połowa długości przekątnej AC jest równa 8 cm, zatem przekątna AC ma długość 16 cm.

Obliczymy pole rombu $ABCD$. Skorzystamy ze wzoru z przekątnymi rombu:

$$P = \frac{|BD| \cdot |AC|}{2}$$

$$P = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy wysokość rombu $ABCD$. Skorzystamy ze wzoru na pole z uwzględnieniem wysokości rombu:

$$P = a \cdot h$$

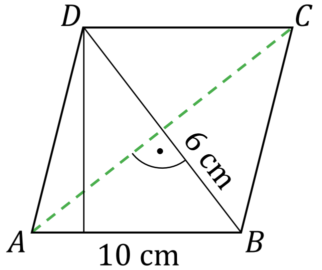
$$h = \frac{P}{a}$$

$$h = \frac{96}{10} = 9{,}6 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Wysokość rombu $ABCD$ poprowadzona z wierzchołka D na bok AB jest równa $9{,}6$ cm.

II sposób

Przekątna BD dzieli romb $ABCD$ na dwa trójkąty przystające ABD i BCD.
Zauważymy, że połowa długości przekątnej AC rombu $ABCD$ jest wysokością opuszczoną na bok BD trójkąta ABD i trójkąta BCD.



Obliczymy wysokość trójkąta ABD (połowę długości przekątnej AC). Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa:

$$6^2 + \left(\frac{1}{2}|AC|\right)^2 = 10^2$$

$$\left(\frac{1}{2}|AC|\right)^2 = 64$$

$$\frac{1}{2}|AC| = \sqrt{64}$$

$$\frac{1}{2}|AC| = 8$$

Obliczymy pole trójkąta ABD:

$$P_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD|$$

$$P_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48\ (\mathrm{cm}^2)$$

Obliczymy pole rombu $ABCD$ jako sumę pól trójkątów ABD i BCD:

$$P_{ABD} = P_{BCD}$$

$$P_{ABCD} = P_{ABD} \cdot 2 = 48 \cdot 2 = 96\ (\mathrm{cm}^2)$$

Obliczymy wysokość rombu $ABCD$. Skorzystamy ze wzoru na pole rombu z uwzględnieniem wysokości:

$$P_{ABCD} = a \cdot h$$

$$h = \frac{P_{ABCD}}{a}$$

$$h = \frac{96}{10} = 9{,}6\ (\mathrm{cm})$$

Odpowiedź: Wysokość rombu $ABCD$ poprowadzona z wierzchołka D na bok AB jest równa $9{,}6$ cm.

Zadanie 20. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). **KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia obwodu czworokąta $ABCD$, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy $(12+\sqrt{18})$ lub $(12+3\sqrt{2})$.

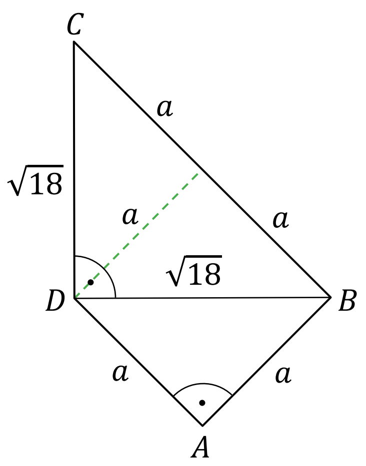
2 punkty
- poprawny sposób obliczenia długości odcinka AB oraz długości odcinka BC
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości odcinka AB oraz poprawny sposób obliczenia długości odcinka BC,
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości odcinka BC oraz poprawny sposób obliczenia długości odcinka AB.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia długości odcinka AB lub długości odcinka AD
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości odcinka AB lub długości odcinka AD,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia długości odcinka BC,
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości odcinka BC.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
Czworokąt $ABCD$ można podzielić na trzy trójkąty przystające prostokątne równoramienne o długości przeciwprostokątnej równej $\sqrt{18}$.



Oznaczymy długość odcinka AB jako a.
Zapiszemy równanie, skorzystamy ze wzoru na długość przekątnej kwadratu i obliczymy a:

$$a\sqrt{2}=\sqrt{18}$$

$$a=\sqrt{9}$$

$$a=3$$

Obliczymy obwód czworokąta $ABCD$:

$$4a+\sqrt{18}=4\cdot 3+\sqrt{18}=12+\sqrt{18}$$

Odpowiedź: Obwód czworokąta $ABCD$ jest równy $(12+\sqrt{18})$.

II sposób

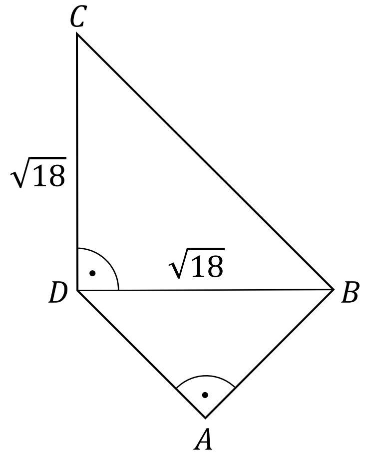
Obliczymy długość przeciwprostokątnej BC trójkąta prostokątnego równoramiennego DBC. Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa. Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$\left(\sqrt{18}\right)^2 + \left(\sqrt{18}\right)^2 = |BC|^2$$

$$18 + 18 = |BC|^2$$

$$36 = |BC|^2$$

$$|BC| = 6$$



Zauważymy, że $|AB| = |AD|$.

Obliczymy długości przyprostokątnych AB i AD trójkąta ABD. Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa, zapiszemy równanie:

$$|AB|^2 + |AD|^2 = (\sqrt{18})^2$$

$$2|AB|^2 = 18$$

$$|AB|^2 = 9$$

$$|AB| = |AD| = 3$$

Obliczymy obwód czworokąta $ABCD$:

$$3 + 3 + 6 + \sqrt{18} = 12 + \sqrt{18}$$

Odpowiedź: Obwód czworokąta $ABCD$ jest równy $\left(12 + \sqrt{18}\right)$.

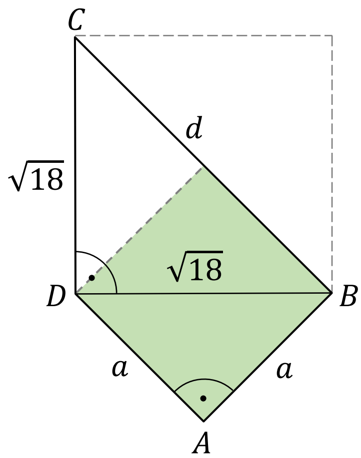
III sposób

Oznaczymy długość odcinka AB jako a. Ułożymy równanie na podstawie wzoru na długość przekątnej kwadratu i obliczymy długość boku a małego zielonego kwadratu:

$$a\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

$$a = \sqrt{9}$$

$$a = 3$$



Oznaczymy długość odcinka BC jako d. Ułożymy równanie na podstawie wzoru na długość przekątnej kwadratu i obliczymy długość przekątnej d dużego kwadratu:

$$d = \sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{36}$$

$$d = 6$$

Obliczymy obwód czworokąta $ABCD$:

$$3 + 3 + 6 + \sqrt{18} = 12 + \sqrt{9 \cdot 2} = 12 + 3\sqrt{2}$$

Odpowiedź: Obwód czworokąta $ABCD$ jest równy $\left(12 + 3\sqrt{2}\right)$.